以最短的時間拯救遇溺的泳客

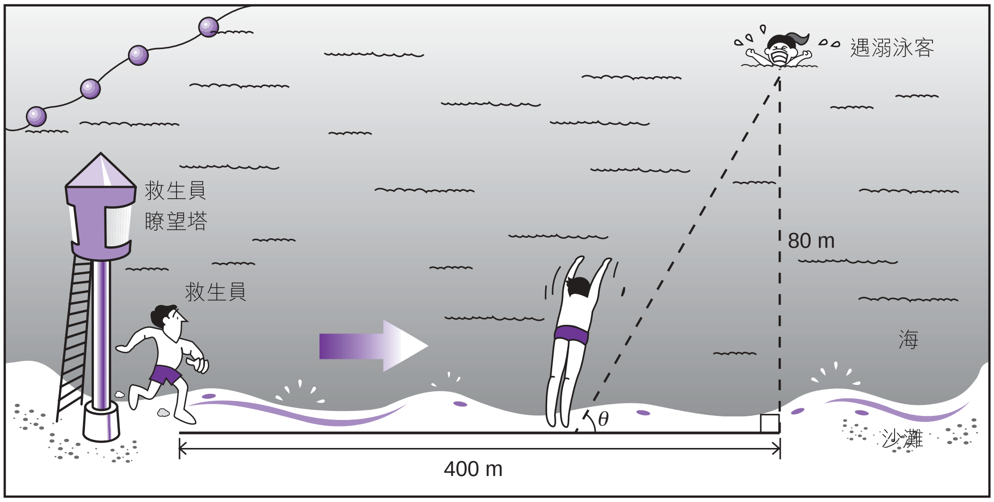

圖 10.96

假設一位救生員在沙灘上跑步的最高速率為 5 ms^{-1}，而他游泳的最高速率則為 1 ms^{-1}。某日，他看見一位遇溺的泳客，如圖 10.96 所示。他為了要在最短時間內拯救這位泳客，他應沿着岸邊跑多少距離，再游泳直達該泳客呢？

如圖 10.97 所示，假設這位救生員首先沿着岸邊從 A 跑至 P，接着從 P 游泳至 S，我們可依據以下的計算解決這個問題。

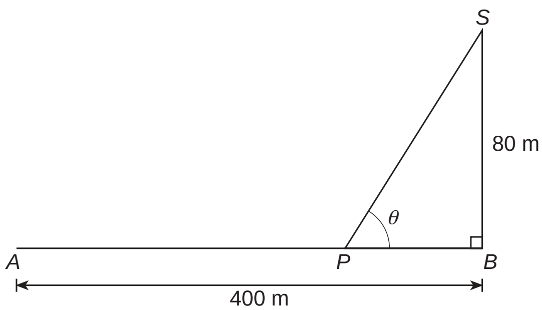

圖 10.97

跑過距離 AP 所需的時間（秒）$= \dfrac{AP}{\text{跑步速率}}$

$$= \frac{400 - \dfrac{80}{\tan\theta}}{5}$$

$$= 80 - \frac{16}{\tan\theta}$$

$$游泳所需的時間（秒）= \frac{PS}{游泳速率} = \frac{\frac{80}{\sin\theta}}{1} = \frac{80}{\sin\theta}$$

設 T（秒）為救生員抵達遇溺泳客位置的時間，

$$T = 80 - \frac{16}{\tan\theta} + \frac{80}{\sin\theta}$$

（或表示為 $T = \dfrac{80\sin\theta - 16\cos\theta + 80}{\sin\theta}$）

繪畫 T 對 θ 在區間 $0^\circ < \theta < 180^\circ$ 內的圖像，如圖 10.98 所示。

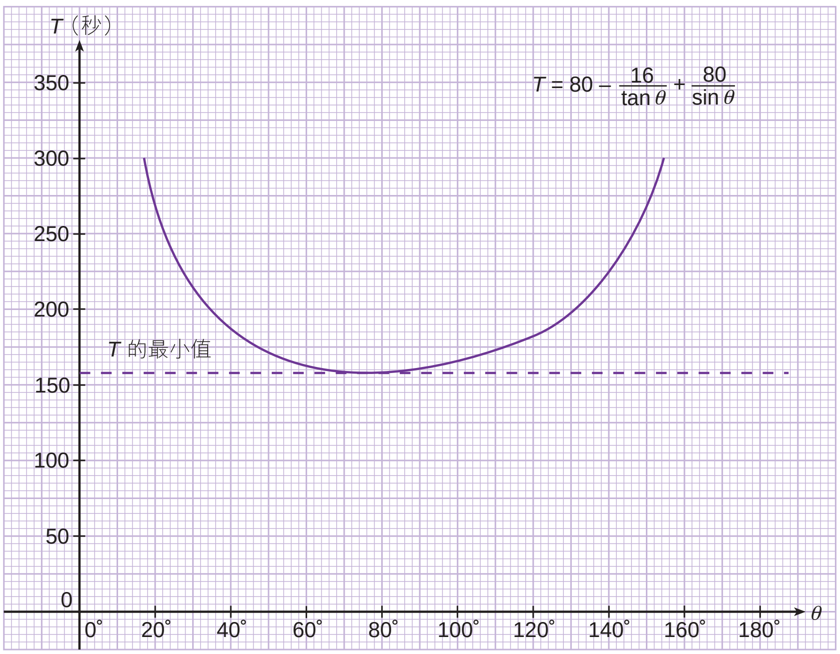

圖 10.98

想一想

(a) 根據圖 10.98 ，救生員最少需要多少時間才能抵達遇溺泳客的位置？

(b) 救生員為了在最短時間（見 **(a)** 項）內抵達遇溺泳客的位置，他應沿岸邊跑多遠才下水游泳？（答案須準確至最接近的 m 。）